

## Unterlagen für die Lehrkraft

# Abiturprüfung 2012

## Mathematik, Grundkurs

---

### 1. Aufgabenart

Lineare Algebra/Geometrie mit Alternative 2 (Übergangsmatrizen)

### 2. Aufgabenstellung<sup>1</sup>

siehe Prüfungsaufgabe

### 3. Materialgrundlage

- entfällt

### 4. Bezüge zu den Vorgaben 2012

#### 1. Inhaltliche Schwerpunkte

- Lineare Gleichungssysteme für  $n > 2$ , Matrix-Vektor-Schreibweise, systematisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme  
Alternative 2:
  - Übergangsmatrizen, Matrizenmultiplikation als Verkettung von Übergängen

#### 2. Medien/Materialien

- entfällt

### 5. Zugelassene Hilfsmittel

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

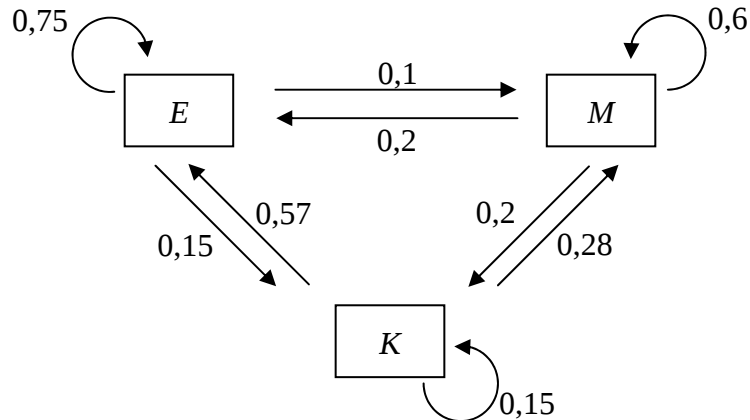
---

<sup>1</sup> Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

## 6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

### 6.1 Modellösungen

#### Modellösung a)



		von:	E	M	K
nach:	E	$T =$	0,75	0,2	0,57
	M		0,1	0,6	0,28
	K		0,15	0,2	0,15

#### Modellösung b)

(1) Als Änderungen können angegeben werden:

- Kunden, die in einem Jahr genau einen Urlaub gebucht haben, buchen im Folgejahr häufiger als früher auch nur einen Urlaub.
- Kunden, die in einem Jahr nur einen Urlaub gebucht haben, pausieren im Folgejahr seltener als früher.
- Kunden, die in einem Jahr pausiert haben, buchen im Folgejahr häufiger als früher genau einen Urlaub.
- Kunden, die in einem Jahr pausiert haben, buchen im Folgejahr häufiger als früher zwei oder mehr Urlaube.
- Kunden, die in einem Jahr pausiert haben, pausieren im Folgejahr seltener als früher.

[Auch kurz gefasste Antworten wie z. B. „Übergang von E nach E zugenommen“ werden als richtig akzeptiert. Es genügen drei der aufgeführten Änderungen. Quantifizierungen sind nicht erforderlich.]

$$(2) \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,6 \\ 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2624 \\ 1206 \\ 570 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2682,4 \\ 1157 \\ 560,6 \end{pmatrix}$$

Für das Jahr 2012 wird erwartet, dass etwa 2682 Kunden genau einen Urlaub und etwa 1157 Kunden mehr als einen Urlaub buchen; für die restlichen etwa 561 Kunden wird erwartet, dass sie pausieren.

[Hier sind auch andere sinnvolle Rundungen akzeptabel.]

(3) Das lineare Gleichungssystem

$$0,8x + 0,2y + 0,6z = 2624$$

$$0,1x + 0,6y + 0,3z = 1206$$

$$0,1x + 0,2y + 0,1z = 570$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,6 \\ 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2624 \\ 1206 \\ 570 \end{pmatrix}$$

ist zu lösen. Dabei bezeichnet  $x$  die Anzahl der Kunden, die im Jahr 2010 genau einen Urlaub gebucht haben,  $y$  die Anzahl der Kunden, die im Jahr 2010 mehr als einen Urlaub buchten, und  $z$  die Anzahl der Stammkunden, die im Jahr 2010 keinen Urlaub buchten.

Als Lösung des linearen Gleichungssystems ergibt sich:  $x = 2520$ ,  $y = 1300$ ,  $z = 580$ .

Im Jahr 2010 buchten 2520 Kunden genau einen Urlaub, 1300 Kunden mehr als einen Urlaub, während 580 Kunden gar keinen Urlaub buchten.

### Modelllösung c)

Bezeichnet  $x$  für ein bestimmtes Jahr die Anzahl der Kunden, die in dem Jahr genau einen Urlaub buchen,  $y$  die Anzahl der Kunden, die in dem Jahr mehr als einen Urlaub buchen, und  $z$  die Anzahl der Kunden, die in dem Jahr keinen Urlaub buchen, so ist das lineare Gleichungssystem

$$0,8x + 0,2y + 0,6z = x$$

$$0,1x + 0,6y + 0,3z = y$$

$$x + y + z = 4400$$

zu lösen bzw. der Fixvektor  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  zur Matrix  $A$  unter der Nebenbedingung  $x + y + z = 4400$

zu bestimmen.

Als Lösung ergibt sich:  $x = 2750, y = 1100, z = 550$ .

Die Anzahl der Kunden der einzelnen Gruppen E, M und K bleibt von Jahr zu Jahr gleich, wenn in einem Jahr 2750 Kunden genau einen Urlaub, 1100 Kunden mehr als einen Urlaub und 550 Kunden gar keinen Urlaub buchen.

### Modelllösung d)

(1) Die Matrix  $B = (b_{ij}) = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & q \\ 0,1 & 0,6 & 0,95 - q \\ 0,1 & 0,2 & 0,05 \end{pmatrix}$  mit  $0 \leq q \leq 0,95$  unterscheidet sich von

der Matrix  $A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,6 \\ 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$  im Element  $b_{33}$  und in mindestens einem der Ele-

mente  $b_{13} = q$  und  $b_{23} = 0,95 - q$ .

Das Element  $b_{33} = 0,05$  gibt an, dass (nur noch) 5 % der Kunden der Gruppe K eines Jahres im Folgejahr ebenfalls keinen Urlaub buchen.

Das Element  $b_{13}$  gibt an, welcher Anteil der Kunden der Gruppe K eines Jahres im Folgejahr genau einen Urlaub bucht; das Element  $b_{23}$  gibt an, welcher Anteil der Kunden der Gruppe K eines Jahres im Folgejahr mehr als einen Urlaub bucht. Da  $b_{13}$  und  $b_{23}$  zusammen den Anteil der Kunden der Gruppe K eines Jahres angeben, der im Folgejahr nicht schon wieder pausiert, muss  $b_{13} + b_{23} = 0,95$  gelten und aus  $b_{13} \geq 0$  und  $b_{23} \geq 0$  folgt  $0 \leq q \leq 0,95$ .

(2) Für die Anzahl der Kunden, die 2012 genau einen Urlaub buchen, gilt dann

$$0,8 \cdot 2624 + 0,2 \cdot 1206 + q \cdot 570 = 2699, \text{ also } q = \frac{1793}{2850} \approx 0,63.$$

## 6.2 Teilleistungen – Kriterien

### Teilaufgabe a)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl
	Der Prüfling	
1	stellt das Buchungsverhalten der Kunden in einem Übergangsgraphen dar.	6
2	bestimmt eine Übergangsmatrix, die das Buchungsverhalten beschreibt.	6
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

### Teilaufgabe b)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl
	Der Prüfling	
1	(1) gibt drei Änderungen im Buchungsverhalten an, die gegenüber den früheren Jahren erkennbar sind.	3
2	(2) bestimmt die zu erwartende Verteilung für das Jahr 2012.	4
3	(3) ermittelt einen Lösungsansatz für die Verteilung für das Jahr 2010.	3
4	(3) bestimmt die Verteilung für das Jahr 2010.	6
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

### Teilaufgabe c)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl
	Der Prüfling	
1	ermittelt einen Lösungsansatz.	5
2	ermittelt die Lösung des Gleichungssystems.	6
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

### Teilaufgabe d)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl
	Der Prüfling	
1	(1) erklärt, dass das Buchungsverhalten durch die Matrix $B$ beschrieben werden kann.	6
2	(2) ermittelt den Wert von $q$ .	5
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

**7. Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit**

Name des Prüflings: \_\_\_\_\_ Kursbezeichnung: \_\_\_\_\_

Schule: \_\_\_\_\_

**Teilaufgabe a)**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK <sup>2</sup>	ZK	DK
	<b>Der Prüfling</b>				
1	stellt das Buchungsverhalten ...	6			
2	bestimmt eine Übergangsmatrix ...	6			
sachlich richtige Alternativen: (12) ..... .....					
<b>Summe Teilaufgabe a)</b>		<b>12</b>			

**Teilaufgabe b)**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	<b>Der Prüfling</b>				
1	(1) gibt drei Änderungen ...	3			
2	(2) bestimmt die zu ...	4			
3	(3) ermittelt einen Lösungsansatz ...	3			
4	(3) bestimmt die Verteilung ...	6			
sachlich richtige Alternativen: (16) ..... .....					
<b>Summe Teilaufgabe b)</b>		<b>16</b>			

<sup>2</sup> EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

**Teilaufgabe c)**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	<b>Der Prüfling</b>				
1	ermittelt einen Lösungsansatz.	5			
2	ermittelt die Lösung ...	6			
sachlich richtige Alternativen: (11) ..... .....					
<b>Summe Teilaufgabe c)</b>		<b>11</b>			

**Teilaufgabe d)**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	<b>Der Prüfling</b>				
1	(1) erklärt, dass das ...	6			
2	(2) ermittelt den Wert ...	5			
sachlich richtige Alternativen: (11) ..... .....					
<b>Summe Teilaufgabe d)</b>		<b>11</b>			

<b>Summe insgesamt</b>	<b>50</b>			
------------------------	-----------	--	--	--

**Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)**

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
<b>Übertrag der Punktzahl aus der ersten bearbeiteten Aufgabe</b>	<b>50</b>			
<b>Übertrag der Punktzahl aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe</b>	<b>50</b>			
<b>Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung</b>	<b>100</b>			
<b>aus der Punktzahl resultierende Note</b>				
<b>Note ggf. unter Absenkung um ein bis zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST</b>				
<b>Paraphe</b>				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsommen aus EK und ZK: \_\_\_\_\_

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: \_\_\_\_\_

Die Klausur wird abschließend mit der Note: \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum

### Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

<b>Note</b>	<b>Punkte</b>	<b>Erreichte Punktzahl</b>
sehr gut plus	15	100 – 95
sehr gut	14	94 – 90
sehr gut minus	13	89 – 85
gut plus	12	84 – 80
gut	11	79 – 75
gut minus	10	74 – 70
befriedigend plus	9	69 – 65
befriedigend	8	64 – 60
befriedigend minus	7	59 – 55
ausreichend plus	6	54 – 50
ausreichend	5	49 – 45
ausreichend minus	4	44 – 39
mangelhaft plus	3	38 – 33
mangelhaft	2	32 – 27
mangelhaft minus	1	26 – 20
ungenügend	0	19 – 0